PENCARIAN AKAR KOMPLEKS POLINOMIAL DENGAN PEMROGRAMAN DELPHI MENGGUNAKAN METODE BAIRSTOWS

Oleh :
Ezrifal Sany[1)], Lucy Simorangkir[1)]

[1)]Jurusan Teknik Informatika STMIK Nurdin Hamzah Jambi, Jambi 36121
E-mail : jazzcoupe@gmail.com

Abstract - In the field of Engineering and physics often encountered in the form of mathematical models of complex roots of equations. In the completion of the complex roots of the equation often appears that the problem can not be processed, and therefore need much to solve the equations that determine the roots of a complex equation. In making this system using the method Bairstows. By using this system known how many methods theuseof efficiencyof inconducting settlement Bairstows equation has complex roots elements. This system can be used as a means of calculating the completion of a complex system of equations that has an element of the real numbers.

Keywords : *roots of equations, real numbers*

I. PENDAHULUAN

Teknologi Komputer yang semakin luas penggunaanya, banyak hal dapat diselesaikan dengan mudah dan cepat. Demikian juga pemecahan – pemecahan yang sulit dan rumit, penggunaan teknologi komputer menjadi sangat penting peranannya. Dalam pemecahan soal ini ada beberapa tahap yang harus dilakukan, yang pertama perumusan (*formulation),* dalam tahap ini diperlukan data masukan (*Input Data*), pengujian – pengujian yang mencukupi (*Udequate Check*) dan jenis serta jumlah hasil pengolahan (*Output*).

Untuk mencari akar kompleks polinomial dapat dilakukan dengan berbagai cara seperti metode Newton, metode Iterasi dan beberapa metode lainnya. Dalam penyelesaian dalam pemrograman, metode ini hanya tepat atau dapat dengan mudah dilakukan dengan bahasa pemrograman fortran. Karena Fortran mempunyai kemampuan dalam penggunaan aritmatika kompleks. Disamping itu Fortran juga memiliki notasi yang memudahkan dalam penulisan rumus-rumus matematis. Sedangkan untuk bahasa pemrograman terkenal lainnya seperti bahasa basic dan pascal tidak mendukung penyediaan aritmatik kompleks. Biasanya bahasa pemrograman tersebut hanya dapat digunakan untuk mencari akar-akar real saja hal ini karna sulit dalam pengkodeannya. Jika variabelnya bukan bilangan real untuk mencari akar polynomial kompleks, sehingga bahasa pemrograman pascal dapat digunakan, Metode yang digunakan adalan metode Bairstows. Namun sekarang dengan perkembangan teknologi khususnya dalam bidang perangkat lunak maka pemrograman yang digunakan adalah bahasa pemrograman Delphi.

II. Metode Penelitian

2.1 Teori Polinomial

Polinomial digunakan sebagai alat pokok untuk pendekatan dalam hamper semua bidang analisis numerik, misalnya digunakan dalam penyelesaian persamaan dan dalam pendekatan fungsi dari integral-integral dan turunan-turunan, dalam penyelesaian persamaan integral dan dalam persamaan differensial dan sebagainya. Karena strukturnya yang berbeda sehingga memudahkan untuk menyusun pendekatan-pendekatan yang efektif dan kemudian menggunakannya.

2.1.1 Bentuk-Bentuk Polinomial

2.1.1.1 Bentuk Pangkat

Polinomial P(x) berderajat $\leq$ n, menurut definisi adalah suatu fungsi dari suatu bentuk :

$$\mathbf{P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^1 + \dots + a_nx^n}$$

Polinomial ini mempunyai derajat tepat sebesar n, jika koefesien penuntunnya $a_n \neq 0$. $a_0, \dots, a_n$ merupakan bilangan real atau kompleks, maka P(x) paling sedikit mempunyai satu akar yang akan terdapat suatu bilangan kompleks ξ sedemikian rupa sehingga $P(\xi) = 0$. Kelebihan bentuk pangkat adalah dapat digunakan untuk mendiferensiasi atau mengintegralkan suatu polynomial. Disamping kelebihan bentuk pangkat ini juga mempunyai kelemahan yaitu dapat mengakibatkan hilangnya signifikasi atau kondisi buruk.

2.1.1.2 Bentuk Pangkat Yang Bergeser

$$\mathbf{P(x) = a_0 + a_1(x\text{-}c) + a_2 (x\text{-}c)^2 + \dots + a_n(x\text{-}c)^n}$$

Bentuk pangkat ini digunakan untuk mengatasi kehilangan signifikasi dalam bentuk pangkat. Bentuk ini juga mempunyai peranan utama dalam penyusunan polynomial interpolasi, serta dapat tereduksi dalam bentuk pangkat jika semua pusat $c_1 \dots c_n = 0$.

2.1.1.3 Bentuk Bersarang

$P(x) = a_0+(x-c_1)a_1+(x-c_2)[a_2+(x-c_3)(a_3+\ldots+(x-c_{n-1})(a_{n-1}+(x-c)a_n)\ldots)]$

Bentuk ini memerlukan 2n penjumlahan dan n perkalian. Manfaat bentuk bersarang adalah :

1. Untuk menghasilkan nilai polynomial pada setiap titik Z tertentu secara otomatis.
2. Dapat mengubah dari bentuk Newton yang satu ke yang lainnya.
3. Penggunaan berulang dari algoritma perkalian bersarang bermanfaat dalam mengevaluasi turunan-turunan suatu polynomial yang diberikan.

2.2 Bilangan Real dan Bilangan Kompleks

2.2.1 Bilangan Real

Bilangan real adalah suatu bilangan yang dihasilkan dari perkawinan antara bilangan terukur (Rasional) misalnya $\sqrt{3}, \sqrt{2}$. Penyusunan bilangan real (R) secara acak, mendasari system dengan sepuluh aksioma di bawah ini:

1. Bila a&b dua bilangan real maka terdapatlah dengan tunggal bilangan real a+b yang disebut jumlah a&b, dan terdapat dengan tunggal bilangan real a•b, disebut hasi kali a dan b.
2. a+b = b+a
3. a•b = b•a
4. a+(b+c) = (a+b)+c
5. Terdapat bilangan nol sedemikian hingga a+0 = a untuk semua a ε R.
6. Untuk sembarang bilangan real α terdapat dengan tunggal bilangan real-

Untuk sembarang bilangan real yang tidak sama dengan 0 terdapat dengan tungal bilangan real a^{-1} kebalikan a, $a•a^{-1=1}$

Dalam pembedaan bilangan positif dan negative, maka bilangan real dapat dibahas dalam hubungan pertidaksamaan sebagai berikut :

a < b, berarti "a lebih kecil dari b" terjadi bila b-a positif.

Dalam hal sebaliknya :
b > a, berarti "b lebih besar daripada a"
$a \leq b$, artinya a < b atau a = b
$b \geq a$, artinya b > a atau b = a

Beberapa sifatnya :

1. Bila a < b & b < c maka a < c
2. Bila a < b maka a + c < b+c dan a-c < b-c untuk sembarang c
3. Bila a < b dan c > 0 maka a•c < b•c

2.2.2 Bilangan Kompleks

Bilangan Kompleks dapat ditulis sebagai Z = a + bi dengan a,b real
$i = \sqrt{-1}$ (atau $i^2 = -1$) satuan khayal
a = bagian real
bi= bagian khayal

Dua bilangan kompleks Z = a+ bi & $\bar{Z}$ = a – bi disebut saing bersekawan (konjugaasi).
Bila b = 0, bilangan kompleks menjadi real
Bila a = 0, bilangan kompleks disebut khayal murni.
$a_1 + b_1 i = a_2 + b_2$ jika dan hanya jika $a_1 = a_2$ & $b_1 = b_2$

2.3 Metode Bairstows

Meskipun banyak metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan polynomial, tetapi tidak semua persamaan polynomial dapat diselesaikan dengan baik. Untuk itu penulis akan memperkenalkan suatu metode yang dapat mempermudah dalam suatu akar polynomial yang tidak hanya untuk derajat atau pangkat yang kecil tetapi juga untuk derajat dan pangkat yang besar. Metode Bairstows adalah suatu skema perulangan untuk mendapat suatu factor kuadratik dari persamaan polynomial dalam tiap aplikasi. Melalui aplikasi perulangan metode bairstows semua factor kuadratik dari suatu polynomial dihitung. Penyelesaian persamaan polynomial dengan menggunakan metode bairstows cukup kompleks, terutama untuk penyelesaian persamaan polynomial orde atau tingkat tinggi. Sedangkan kelebihan dari metode Bairstows adalah :

1. Akar – akar persamaan polynomial dapat dicari secara bersamaan atau sekaligus.
2. Dapat mencari akar kompleks (imajiner)
3. Proses Iterasinya cepat

Proses pencarian akar-akar persamaan polynomial tingkatan adalah menentukan :

1. Faktor kuadrat $x^2 - rx - s$ (biasanya nilai r atau s yang dipilih adalah 1 atau -1)
2. Mencari koefisien – koefisien $b_1, b_2, b_3, \ldots, b_{n+1}$ dengan persamaan sebagai berikut :

$b_1 = a_1$
$b_2 = a_2 + rb_1$
$b_3 = a_3 + rb_2 + sb_1$
$b_4 = a_4 + rb_3 + sb_2$
$b_5 = a_5 + rb_4 + sb_3$
.
.
.
$B_{n+1} = a_{n+1} + rb_n + sb_n$

Dan mencari nilai koefisien bantu $c_1, c_2, c_3, \ldots, c_{n+1}$ dengan aturan persamaan sebagai berikut :

$c_1 = b_1$
$c_2 = b_2 + rc_1$
$c_3 = b_3 + rc_2 + sc_1$
$c_4 = b_4 + rc_3 + sc_2$
$c_5 = b_5 + rc_4 + sc_3$
.
.
.
$c_{n+1} = b_{n+1} + rc_n + sc_n$

3. Mencari nilai Δr dan Δs dengan aturan Cramer sebagai berikut :

$$\Delta r = \frac{\begin{vmatrix} -b_n & c_{n-2} \\ -b_{n+1} & c_{n-1} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} c_{n-1} & c_{n-2} \\ c_n & c_{n-1} \end{vmatrix}} \; dan \; \Delta s = \frac{\begin{vmatrix} c_{n-1} & -b_n \\ c_n & -b_{n+1} \end{vmatrix}}{\begin{bmatrix} c_{n-1} & c_{n-2} \\ c_n & c_{n-1} \end{bmatrix}}$$

4. Mencari nilai r dan s yang baru dengan persamaan :

   $r_{baru} = r_{lama} + \Delta r$
   $s_{baru} = s_{lama} + \Delta s$

5. Melakukan proses iterasi dengan mengulang langkah kedua dan ketiga sampai didapatkan nilai Δr dan Δs nol atau mendekati nol.
6. Mencari akar – akar persamaan polynomial dengan bantuan rumus ABC sebagai berikut :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada tahap ini akan diujikan beberapa persamaan dengan langkah sebagai berikut :

Persamaan pertama adalah :
$x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

Penyelesaian dengan perhitungan manual adalah sebagai berikut :

$x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ dengan nilai r dan s adalah 1

Mencari nilai B dan C :
$b_1 = 1$
$b_2 = -2 + (1)(1) = -1$
$b_3 = -5 + (1)(-1) + (1)(1) = -5$
$b_4 = 6 + (1)(-5) + (1)(-1) = 0$

$c_1 = 1$
$c_2 = -1+(1)(1) = 0$
$c_3 = -5 + (1)(0) + (1)(1) = -4$
$c_4 = 0+(1)(-4) + (1)(0) = -4$

Mencari nilai Δr dan Δs

$$\Delta r = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 0 \end{vmatrix}} = \frac{0}{4} = 0$$

$$\Delta s = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 5 \\ -4 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 0 \end{vmatrix}} = \frac{20}{4} = 5$$

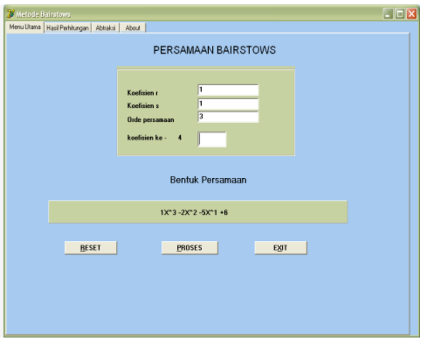
Maka didapat r dan s yang baru :
r baru = 1 + 0 = 1
s baru = 1 + 5 = 6

Dari nilai r dan s yang baru diproses ke rumus ABC :
Nilai A = 1
Nilai B = -r
Nilai C = -s

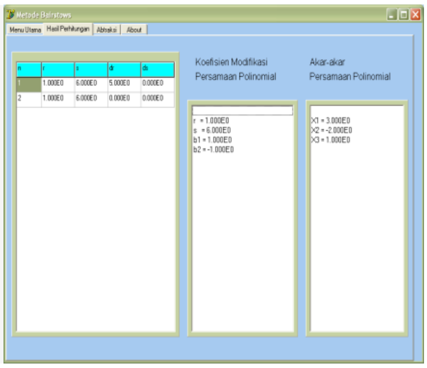
Maka didapat nilai X1 dan X2 adaah
X1 = 3
X2 = -2

Untuk nilai X3 diambil dari niai –B2 dibagi B1 :
X3 = 1

Penyelesaian ke dalam program adalah sebagai berikut :
$x^3 - 2x^2 - 5x + 6$
Penginputan r, s dan persamaan kemudian klik tombol proses

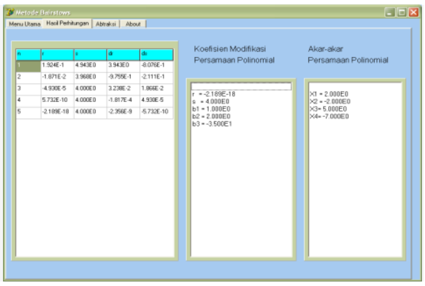


Maka akan didapat hasil seperti ini



$x^4 + 2x^3 – 39x^2 – 8x + 140$
Penginputan r,s dan persamaan kemudian klik tombol proses

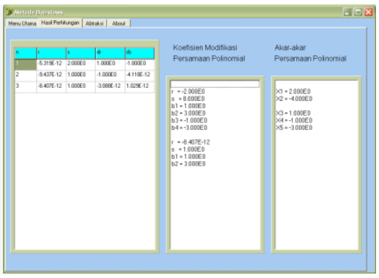
Hasil Perhitungan :



$x^5 + 5x^4 – 3x^3 -29x^2 +2+24$

Penginputan r,s dan persamaannya kemudian klik tombol proses

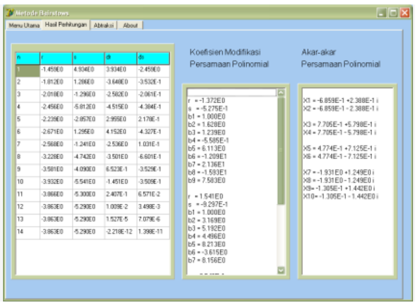
Hasil Perhitungan



$x^{10} + 3x^9 + 4x^8 + 2x^7 + 6x^6 – 4x^2 + 8x^4 + 7x^3 – 3x^2 + 2x + 4$

Penginputan r,s dan persamaannya kemudian klik tombol proses

Hasil Perhitungannya



IV. KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan uji coba system dan hasil analisis dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Dari hasil pengujian bahwa dalam pencarian akar dari polynomial dengan menggunakan metode bairstows ini sangat dipengaruhi oleh pencarian Δr dan Δs.
2. Metode Bairstow dapat digunakan untuk pencarian akar-akar persamaan karena dapat menyelesaikan akar-akar kompleks.

4.2 Saran

Untuk meningkatkan dan mengembangkan hasil pembahasan ini maka dapat dilakukan langkah berikut :

1. Jika akar persamaan mengandung akar kompleks maka gunakanlah metode bairstows, tetapi jika tidak maka dapat digunakan metode Newton.

DAFTAR REFERENSI

[1] Budi Sutedjo,Skom; Algoritma dan Teknik Pemrograman, Andi Offset, 1997

[2] Chapra and Canale, R.P, Numerical Methods For Engineers, McGraw-Hill,1998

[3] Steven Chapra, Metode Numeric, Erlangga 1996

[4] Kadir, Abdul. 2005. *Pemrograman Database dengan Delphi 7 Menggunakan ACCESS dan ADO*. Yogyakarta: ANDI Offset.

DAFTAR RIWAYAT HIDUP PENULIS

Nama	: Ezrifal Sany,S.T, M.Kom
TTL	: Jambi, 01 Juni 1981
NIK/NIDN	: 10.066/1001068103
Pend Terakhir	: S2(Magister Ilmu Komputer)
Bidang Keahlian	: Komputer Grafik
Jabatan Fungsional	: Asisten Ahli